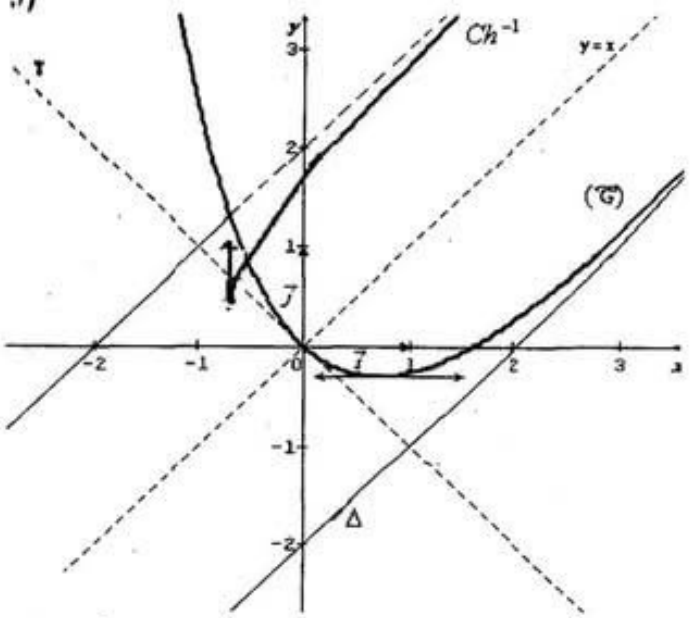
Donc ($\mathcal{C}$) est au dessus de sa tangente T.

5)



5) a)

X	$\ln 2 - 1$	$+\infty$
$(h^{-1})'(x)$	+	
$h(x)$	$\ln 2$	$+\infty$

b) $C_{h^{-1}} = S_{(y=x)}(C_h)$

Exercice 25

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}},\ x \in \mathbb{R}.$$

1) a) */ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}}{e^{2x}\left(\frac{1}{e^{2x}}+1\right)}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{1}{e^{2x}}+1} = 1$$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^{2x}}{1+e^{2x}} = \dfrac{0}{1+0} = 0$

b) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$$f'(x) = \frac{\left(e^{2x}\right)'\left(1+e^{2x}\right) - e^{2x}\left(1+e^{2x}\right)'}{\left(1+e^{2x}\right)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2e^{2x}\left(1+e^{2x}\right) - e^{2x}\times 2e^{2x}}{\left(1+e^{2x}\right)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2e^{2x} + 2e^{4x} - 2e^{4x}}{\left(1+e^{2x}\right)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{2e^{2x}}{\left(1+e^{2x}\right)^2},\ \forall x \in \mathbb{R}}$$

$\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0	1

c) pour $x \in \mathbb{R}$ et $2\times 0 - x = -x \in \mathbb{R}$

Et on a : $f(2\times 0 - x) + f(x) = f(-x) + f(x)$

$$f(-x) + f(x) = \frac{e^{-2x}}{1+e^{-2x}} + \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$$

$$= \frac{e^{-2x}\left(1+e^{2x}\right) + e^{2x}\left(1+e^{-2x}\right)}{\left(1+e^{2x}\right)\left(1+e^{-2x}\right)}$$

$$= \frac{e^{-2x}+1+e^{2x}+1}{1+e^{-2x}+e^{2x}+1} = 1$$

Donc $f(2\times 0 - x) + f(x) = 2\times\dfrac{1}{2}$

D'où le point $I\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$ est un centre de symétrie pour $\mathcal{C}$.